

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: .....

## Φύλλο εργασίας Ορμή και Δύναμη.

Θυμόμαστε ότι:

*Ορμή ρυλικού σημείου ονομάζουμε το γινόμενο της μάζας του  $m$  επί την ταχύτητά του  $u$ :*

$$\vec{p} = m \cdot \vec{u}$$

Είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας. Μονάδες στο S.I: **Kg·m/s**

Όταν ένα σώμα ισορροπεί στη μελέτη της κινητικής του κατάστασης είτε αυτό είναι ακίνητο είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα η εισαγωγή της ορμής δεν έχει να μας προσφέρει κάτι περισσότερο απ' ό τι μας δίνει η ταχύτητά του.

Όταν όμως στο σώμα δρουν δυνάμεις με μη μηδενική συνισταμένη η αλληλεπίδραση σώματος περιβάλλοντος συνδέεται άμεσα με την ορμή του. Ας δούμε ένα παράδειγμα.

### Ελεύθερη πτώση και ορμή

Ένα μπαλάκι μάζας  $m = 60$ g εκτελεί ελεύθερη πτώση καθώς πέφτει από ένα τραπέζι ύψους  $h$  όπως φαίνεται στο σχήμα.

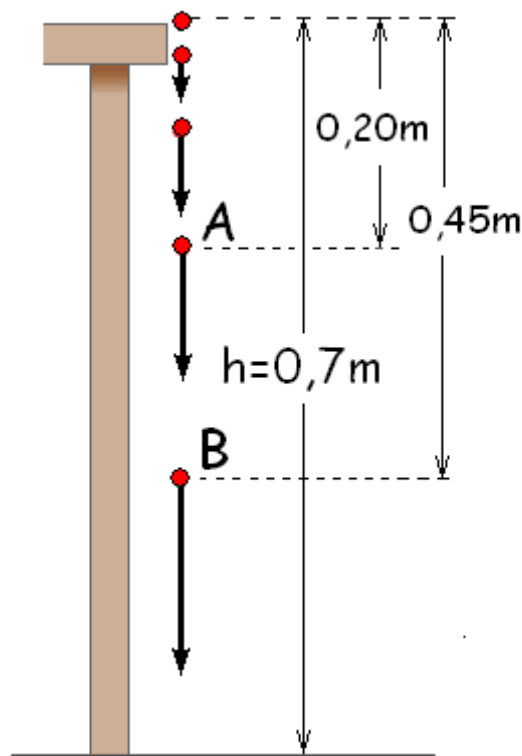
Για την κίνησή του ισχύουν οι σχέσεις:

(1)  $a = g = \vec{g}$  σταθερή

(2)  $v = g \cdot t$

(3)  $h = \frac{1}{2}gt^2$

Με την βοήθεια αυτών των σχέσεων μπορώ να υπολογίσω την ταχύτητά του για διάφορες θέσεις (π.χ. τις A και B) καθώς και το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει σ' αυτές:



A: $\Delta x_A = 0,20m$	B: $\Delta x = 0,45m$
$a = g = 10m/s^2$	$a = g = 10m/s^2$
$\Delta x_A = \frac{1}{2} g \cdot t_A^2 \Rightarrow$	$\Delta x_B = \frac{1}{2} g \cdot t_B^2 \Rightarrow$
$t_A^2 = 2 \cdot 0,2/10 = 0,04 \Rightarrow$	$t_B^2 = 2 \cdot 0,45/10 = 0,09 \Rightarrow$
<b><math>t_A = 0,2s</math></b>	<b><math>t_B = 0,3s</math></b>
$v_A = g \cdot t = 10 \cdot 0,2 = 2 \Rightarrow$	$v_B = g \cdot t = 10 \cdot 0,3 = 3 \Rightarrow$
<b><math>v_A = 2m/s</math></b>	<b><math>v_B = 3m/s</math></b>

Καθώς και το χρόνο που χρειάζεται για να πάει από το A στο B:

$\Delta t_{AB} = t_B - t_A = 0,3 - 0,2 = 0,1s$

Εφ' όσον η ταχύτητα συνεχώς αλλάζει θα αλλάξει και η ορμή του.

Ας υπολογίσουμε την ορμή της μπάλας στα σημεία Α και Β:

$$P_A = m \cdot u_A = 0,060 \cdot 2 = 0,12 \text{Kg}\cdot\text{m/s}$$

$$P_B = m \cdot u_B = 0,060 \cdot 3 = 0,18 \text{Kg}\cdot\text{m/s}$$

Άρα

$$P_A = 0,12 \text{Kg}\cdot\text{m/s}$$

και

$$P_B = 0,18 \text{Kg}\cdot\text{m/s}$$

Και τη μεταβολή της ορμής από το Α στο Β:

$$\Delta P_{AB} = 0,06 \text{Kg}\cdot\text{m/s} \dots\dots\dots$$

Άρα

$$\Delta P = 0,06 \text{Kg}\cdot\text{m/s}$$

Και το ρυθμό μεταβολής της ορμής:

$$\Delta P_{AB} / \Delta t_{AB} = 0,06 / 0,1 = 0,6 \text{Kg}\cdot\text{m/s}^2$$

Δηλ.

$$\Delta P / \Delta t = 0,6 \text{Kg}\cdot\text{m/s}^2 \quad (1)$$

Πάνω στη μπάλα κατά τη διάρκεια της κίνησής της η συνισταμένη των δυνάμεων είναι **σταθερή**.  
Ποιες δυνάμεις δρουν πάνω της; Ποια τα αποτελέσματά τους;

**Η μοναδική δύναμη που ασκείται είναι το βάρος της και αναγκάζει το σώμα να εκτελέσει ελεύθερη πτώση.**

Ας υπολογίσουμε τη συνισταμένη αυτών των δυνάμεων:

$$\Sigma F = B = g \cdot m = 10 \cdot 0,060 = 0,6 \text{N}$$

Δηλ.

$$\Sigma F = 0,6 \text{N} \quad (2)$$

Συγκρίνοντας τις σχέσεις (1) και (2) τι παρατηρούμε;

**Είναι ίσες**

Είναι τυχαίο το γεγονός; Ας υπολογίσουμε με τον ίδιο τρόπο το ρυθμό μεταβολής της ορμής από την αρχή της κίνησης μέχρι να φτάσει η μπάλα στο έδαφος.

$$\text{Ο συνολικός χρόνος δίνεται από τη σχέση: } t = \sqrt{(2h/g)} = (2 \cdot 0,7 / 10)^{1/2} = (0,14)^{1/2} \text{s}$$

$$\text{Αλλά και η ταχύτητα που φτάνει στο έδαφος είναι } u = g \cdot t = 10 \cdot (0,14)^{1/2}$$

$$\Delta P_{o\lambda} = P_{o\lambda, \text{τελ}} - P_{o\lambda, \text{αρχ}} = m \cdot u - m \cdot 0 = m \cdot u = 0,06 \cdot 10 \cdot (0,14)^{1/2} = 0,224 \text{Kg}\cdot\text{m/s}$$

$$\Delta t = t = (0,14)^{1/2} \text{s} \Rightarrow \Delta P_{o\lambda} / \Delta t = 0,224 / (0,14)^{1/2} = 0,6 \text{Kg}\cdot\text{m/s}^2$$

Άρα

$$\Delta P_{o\lambda} / \Delta t = 0,6 \text{Kg}\cdot\text{m/s}^2 = 0,6 \text{N} = \Sigma F \quad (3)$$

Μπορούμε να πούμε λοιπόν για την κίνηση αυτής της μπάλας ότι ισχύει:  $\Sigma F = \Delta P_{ολ} / \Delta t$   
 Η σχέση αυτή θα ισχύει και για κάθε άλλο σώμα που πέφτει ελεύθερα; Ας επαναλάβουμε τις πράξεις για ένα σώμα 3kg που πέφτει από ύψος 5m

η χρονική διάρκεια της πτώσης είναι  $\Delta t = \sqrt{(2h/g)} = (2 \cdot 5 / 10)^{1/2} = (10/10)^{1/2} = 1s$

και η ταχύτητα που φτάνει στο έδαφος είναι  $u = g \cdot t = 10 \cdot 1 = 10m/s$

$\Delta P_{ολ} = P_{ολ,τελ} - P_{ολ,αρχ} = m \cdot u - m \cdot 0 = m \cdot u = 3 \cdot 10 \cdot 1 = 30Kg \cdot m/s$

$\Delta t = t = 1s \Rightarrow \Delta P_{ολ} / \Delta t = 30Kg \cdot m/s^2$  αλλά ισχύει ότι:

$\Sigma F = B = g \cdot m = 10 \cdot 3 = 30N = \Delta P_{ολ} / \Delta t$

Και αν έχουμε μια οποιαδήποτε σταθερή συνισταμένη;  
 Χρησιμοποιώντας τον 2<sup>ο</sup> νόμο του Νεύτωνα και τον ορισμό της επιτάχυνσης να αποδείξεις ότι η σχέση αυτή ισχύει για κάθε δύναμη που επιταχύνει ένα σώμα:

$$\Sigma F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_{τελ} - v_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{m \cdot v_{τελ} - m \cdot v_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{p_{τελ} - p_{αρχ}}{\Delta t} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

Δηλ.

$$\Sigma F = \Delta P_{ολ} / \Delta t \quad (4)$$

Η σχέση αυτή αποτελεί γενίκευση του 2<sup>ου</sup> νόμου γιατί αποδεικνύεται ότι ισχύει σε κάθε περίπτωση ακόμα και σε συστήματα μεταβλητής μάζας αλλά και για μεταβλητές δυνάμεις.

Από τη σχέση (4) μπορούμε να υπολογίσουμε τη μεταβολή της ορμής σαν το γινόμενο της δύναμης επί τον χρόνο που αυτή δρα :

$$\Delta P = \Sigma F \cdot \Delta t \quad (5)$$

Η μεταβολή αυτή της ορμής περιγράφει με τον καλύτερο τρόπο τα αποτελέσματα της αλληλεπίδρασης υλικών σωμάτων και αποτελεί ένα νέο φυσικό διανυσματικό μέγεθος που ονομάζεται Ωθηση και συμβολίζεται με Ω

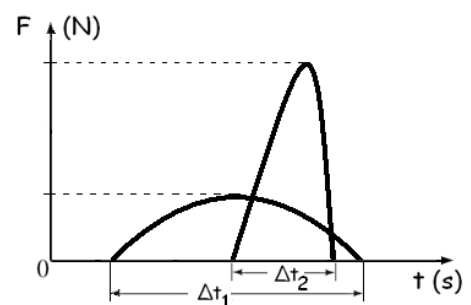
Από όσα αναφέραμε παρατηρούμε ότι:

Η δύναμη έχει τη φορά της μεταβολής της ορμής

Σε όσο μικρότερο χρόνο επιτυγχάνεται συγκεκριμένη μεταβολή της ορμής τόσο **μεγαλύτερη** είναι η δύναμη που απαιτείται.

Η έννοια της ώθησης δεν περιγράφει ιδιότητα του κινούμενου σώματος αλλά μας δίνει το μέτρο του κατά πόσο μια δύναμη μεταβάλλει την ορμή του.

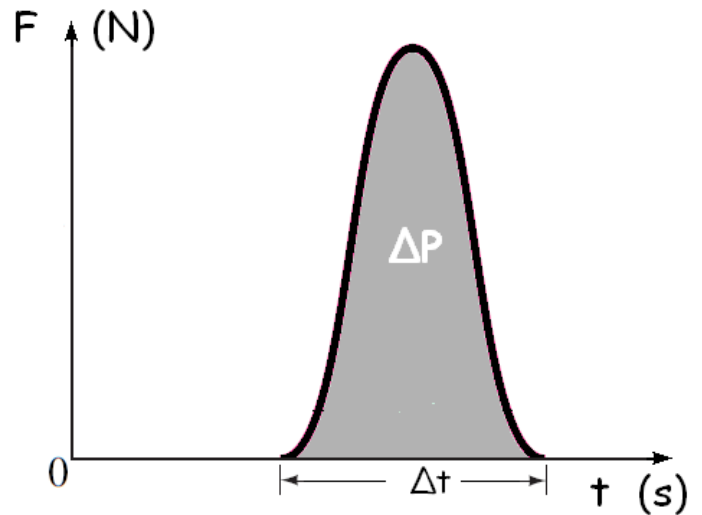
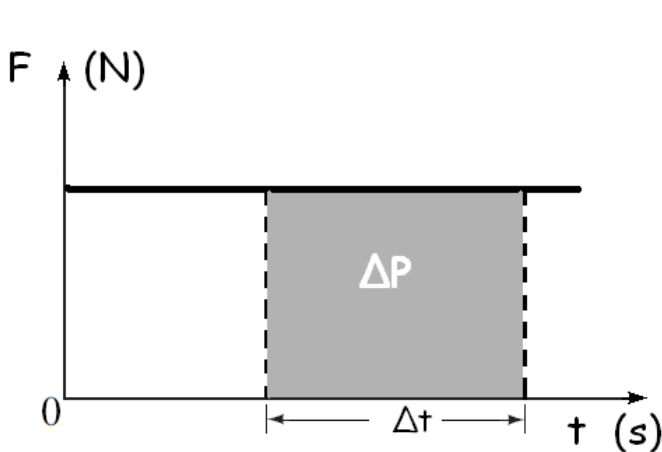
Από την σχέση (5) βλέπουμε πως μπορούμε να πετύχουμε μεγάλες αλλαγές στην ορμή ή με μεγάλες δυνάμεις ή με μικρότερες οι οποίες όμως δρουν για μεγάλο χρονικό διάστημα. (βλ. Σχήμα). Με βάση αυτήν την παρατήρηση να εξηγήσεις τη λειτουργία και τη χρησιμότητα των προφυλακτήρων στα αυτοκίνητα: **Από τη σχέση (5) βλέπουμε ότι δεδομένη μεταβολή της ορμής μπορούμε να έχουμε από μεγάλες δυνάμεις που δρουν λίγο χρόνο ή**



μικρότερες που δρουν περισσότερο. Όσο πιο ελαστική είναι μια επιφάνεια τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος επαφής άρα μικρότερη η δύναμη και γι αυτό μπορεί να επανέλθει στην αρχική του κατάσταση. Ο ελαστικός προφυλακτήρας χρειάζεται για να επιμηκύνει τον χρόνο σύγκρουσης και να επιτυγχάνει μικρότερες δυνάμεις άρα και μικρότερες καταστροφές.

Αν παραστήσουμε γραφικά τη δύναμη σε συνάρτηση του χρόνου δηλ. την  $F = f(t)$  τότε το εμβαδόν που αυτή η καμπύλη περικλύει με τον άξονα  $x$  είναι αριθμητικά ίσο με τη μεταβολή της ορμής που προκάλεσε η δύναμη στο σώμα που ασκήθηκε:

Για σταθερή δύναμη: Αλλά και για μεταβλητή:



Μπορείς να σχεδιάσεις το αντίστοιχο διάγραμμα για την ελεύθερη πτώση της μπάλας που μελετήσαμε στην πρώτη σελίδα;

