

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: .....

**Φύλλο εργασίας**

**Ορμή και Κινητική Ενέργεια.**

Θυμόμαστε από τα προηγούμενα ότι:

**Ορμή**  $\vec{p}$  ρυλικού σημείου ονομάζουμε το γινόμενο της μάζας του  $m$  επί την ταχύτητά του  $\vec{u}$ :  

$$\vec{p} = m \cdot \vec{u}$$

Είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της ταχύτητας. Μονάδες στο S.I: **Kg·m/s**

Όταν ένα σώμα ισορροπεί, στη μελέτη της κινητικής του κατάστασης, είτε αυτό είναι ακίνητο είτε κινείται με σταθερή ταχύτητα, η εισαγωγή της ορμής δεν έχει να μας προσφέρει κάτι περισσότερο απ' ό τι μας δίνει η ταχύτητά του.

Όταν όμως στο σώμα δρουν δυνάμεις με μη μηδενική συνισταμένη η αλληλεπίδραση σώματος περιβάλλοντος

συνδέεται άμεσα με την ορμή του και ισχύει:  $\Sigma F = \Delta P_{ολ} / \Delta t$  που αποτελεί τη γενίκευση του δεύτερου νόμου και

συνδέει το διάνυσμα της μεταβολής της ορμής με τη συνισταμένη δύναμη:  $\Delta P_{ολ} = \Sigma F \cdot \Delta t$  (1)

Από τις προηγούμενες τάξεις θυμόμαστε ότι:

$$K = E_k = \frac{1}{2} m u^2$$

Είναι μονόμετρο μέγεθος και η τιμή της είναι ίση με την ενέργεια που χρειάστηκε να μεταβιβαστεί στο σώμα ώστε από την κατάσταση μηδενικής ταχύτητας να βρεθεί στην κατάσταση κίνησης, δεν είναι όμως η ενέργεια που μεταβιβάστηκε. Η **κινητική ενέργεια** είναι ενέργεια που **χαρακτηρίζει το κινούμενο σώμα** και μόνον. Το κινούμενο σώμα έχει αυτή την κινητική ενέργεια ανεξάρτητα από τον τρόπο που μεταφέρθηκε ενέργεια σ' αυτό για να αρχίσει να κινείται.

Σύμφωνα με το θεώρημα ΕΡΓΟΥ - ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ, που απορρέει από τον δεύτερο νόμο της κίνησης μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι ίση με το έργο της συνισταμένης δύναμης:  $\Delta K = \Delta E_k = \Sigma F \cdot \Delta x$  (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) βλέπουμε ότι τόσο η μεταβολή της ορμής όσο και η μεταβολή της κινητικής ενέργειας συνδέονται άμεσα μέσω του δεύτερου νόμου της κίνησης με την συνισταμένη δύναμη όμως :

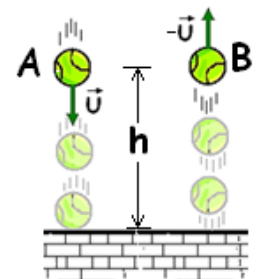
- Η **μεταβολή της ορμής** είναι **διάνυσμα** και έχει σχέση με το γινόμενο **δύναμη · χρονική διάρκεια** (γινόμενο ΔΥΝΑΜΗ · μεταβολή ΧΡΟΝΟΥ)
- Η **μεταβολή στην κινητική ενέργεια** είναι **βαθμωτό** και συνδέεται με το γινόμενο **δύναμη · μετατόπιση** (εσωτερικό γινόμενο ΔΥΝΑΜΗ · μεταβολή ΘΕΣΗΣ)

Ας δούμε ένα παράδειγμα.

**Ελεύθερη πτώση και ανάκρουση**

Ένα μπαλάκι μάζας  $m = 60g$  εκτελεί ελεύθερη πτώση από ύψος 90m. Καθώς πέφτει αναπηδά στο έδαφος και ανεβαίνει μέχρι το ίδιο ύψος  $h = 45m$  χωρίς ενεργειακές απώλειες όπως φαίνεται στο σχήμα.

Λόγω διατήρησης ενέργειας, επειδή ασκούνται μόνο διατηρητικές δυνάμεις στο σώμα, όταν βρίσκεται στα σημεία A και B έχει την ίδια κατά μέτρο ταχύτητα:



Αφού  $E_{μηχA} = E_{μηχB} \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh + mu_A^2/2 = mgh + mu_B^2/2 \Rightarrow u_A^2 = u_B^2$

και επειδή για την ελεύθερη πτώση ισχύουν  $u_A = g \cdot t$  και  $h_A = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{2h_A/g} = \sqrt{[2(90-45)/10]} = \sqrt{[2(45)/10]} = \sqrt{[90/10]} = 3s \Rightarrow u_A = u_B = 10 \cdot 3 = 30m/s$

Ας υπολογίσουμε την ορμή και την κινητική ενέργεια της μπάλας στα σημεία Α και Β:

$$P_A = m \cdot u_A = 0,06 \cdot (-30) = -1,8 \text{ Kg}\cdot\text{m/s} \quad \text{αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα πάνω}$$

$$P_B = m \cdot u_B = 0,06 \cdot (+30) = 1,8 \text{ Kg}\cdot\text{m/s} \quad \text{αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα πάνω}$$

$$K_A = \frac{1}{2} m \cdot u_A^2 = \frac{1}{2} 0,06 \cdot (-30)^2 = \frac{1}{2} 0,06 \cdot 900 = 27 \text{ J}$$

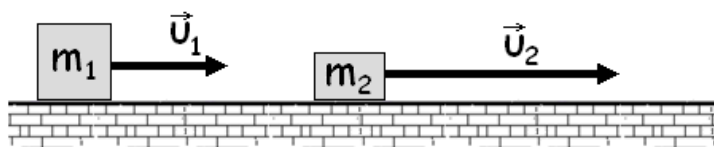
$$K_B = \frac{1}{2} m \cdot u_B^2 = \frac{1}{2} 0,06 \cdot (+30)^2 = \frac{1}{2} 0,06 \cdot 900 = 27 \text{ J}$$

Παρατηρούμε ότι

Οι ορμές στις δύο θέσεις Α και Β είναι αντίθετες γι αυτό και το σώμα κινείται προς τα κάτω στη θέση Α και αντίθετα -προς τα πάνω- στη θέση Β. (μας πληροφορούν για την κατεύθυνση της κίνησης και τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε περίπτωση)

Οι κινητικές ενέργειες όμως είναι ίσες και στις δύο περιπτώσεις. (μας πληροφορούν μόνο για τις ενεργειακές μεταβολές)

1) Δύο αντικείμενα με μάζες  $m_1 = m$  και  $m_2 = m/2$  κινούνται με σταθερές ομόρροπες ταχύτητες  $u_1 = u$  και  $u_2 = 2u$  αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τις ορμές και τις κινητικές τους ενέργειες.



(Θετική φορά προς τα δεξιά)

$$P_1 = m_1 \cdot u_1 = m \cdot (+u) = mu$$

$$P_2 = m_2 \cdot u_2 = (m/2) \cdot (+2u) = 2m \cdot u/2 = m \cdot u = mu$$

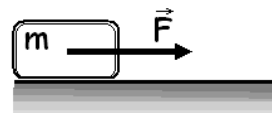
$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot u_1^2 = \frac{1}{2} m \cdot u^2 = mu^2/2$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} m/2 \cdot (2u)^2 = m \cdot 4u^2/4 = mu^2$$

Παρατηρείτε ότι

Αν και οι ορμές είναι ίσες δηλ. έχουν ίδιο μέτρο και κατεύθυνση, οι κινητικές ενέργειες είναι διαφορετικές.

2) Σε ακίνητο σώμα μάζας 100kg ασκείται σταθερή οριζόντια δύναμη 200N. Πόσο μεταβάλλονται η ορμή του και η κινητική του ενέργεια κάθε δευτερόλεπτο αν αυτό κινείται σε λείο πάτωμα;



Το σώμα κάνει ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή επιτάχυνση και χωρίς αρχική ταχύτητα.

$$\Sigma F = m \cdot a = F \Rightarrow a = F/m = 200/100 = 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \Delta u = a \cdot \Delta t = 2 \cdot 1 = 2 \text{ m/s} \Rightarrow$$

$$\Delta P = 200 \text{ Kg}\cdot\text{m/s} \Rightarrow \Delta P = \Sigma F \cdot \Delta t = 200 \cdot 1 = 200 \text{ Kg}\cdot\text{m/s} \Rightarrow \Delta P = 200 \text{ Kg}\cdot\text{m/s}$$

Από τον υπολογισμό του  $\Delta P$  βλέπουμε ότι η μεταβολή της ορμής είναι η ίδια κάθε δευτερόλεπτο.

Η μεταβολή της Κινητικής του ενέργειας  $\Delta K = \Sigma F \cdot \Delta x$  εξαρτάται από την απόσταση που διανύει κάθε δευτερόλεπτο. Έτσι στο τέλος του πρώτου δευτερολέπτου θα είναι  $\Delta K_1 = \Sigma F \cdot \Delta x_1$  και  $\Delta x_1 = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 1 \text{ m} \Rightarrow \Delta K_1 = 200 \cdot 1 = 200 \text{ J}$

Στο τέλος του δεύτερου θα είναι  $\Delta K_2 = \Sigma F \cdot \Delta x_2$  και  $\Delta x_2 = u_1 \cdot \Delta t_2 + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t_2^2 = 2 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1^2 = 3 \text{ m} \Rightarrow \Delta K_2 = 200 \cdot 3 = 600 \text{ J}$  με  $\Delta K_2 \neq \Delta K_1$  και γενικά θα είναι  $\Delta K_i > \Delta K_{i-1} \dots$

Συμπεραίνουμε λοιπόν εύκολα ότι:



